

基于自回归迭代的桥梁结构压缩信号重构

李 翠^{1,2} 黄 侃^{1,2} 廖彦富³ 朱道佩⁴

(1. 江西交通职业技术学院 信息工程学院, 南昌 330013)

(2. 江西省教育厅交通事件智能监测重点实验室, 南昌 330013)

(3. 江西通慧科技集团股份有限公司, 南昌 330032)

(4. 江西理工大学 软件工程学院, 南昌 330013)

摘要:【目的】环境激励下桥梁结构的振动信号往往具有较低的信噪比和较差的稀疏度,因此难以实现高精度的压缩感知。为解决该问题,提出一种基于自回归迭代的压缩信号重构方法。【方法】首先,利用自回归误差描述未知的重构误差,将自回归系数作为优化变量,将最小化自回归误差作为优化目标,构建信号重构的自回归迭代计算模型;然后,以某桥梁实采信号为例进行计算分析。【结果】结果表明,自回归迭代具有将高频段能量转移至低频段的特性。当重构信号与原始信号的自回归误差接近时,才能得到最小的重构误差。相比正交匹配追踪法,所提方法具有更高的压缩感知重构精度。对于原始信号,当取不同的模型阶次时,均在第2个迭代步产生最小重构误差;对于滤波信号,则在合理搭配压采率和截止频率的条件下,可以在迭代收敛后获得最小重构误差。所提方法能很好地用于稀疏度差的振动信号的压缩感知重构。

关键词: 结构健康监测; 压缩感知; 桥梁结构; 信号重构; 自回归模型

中图分类号: TU317; TP391.4 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.05.017

0 引言

目前,我国已有大量桥梁正在服役,为社会经济的发展提供了重要保障^[1-2]。然而,面对各种荷载和自然灾害,桥梁结构往往出现损伤和性能退化,甚至发生倒塌事故。实际上,我国目前存在大量含损伤的、危险的桥梁。为了保证桥梁的安全服役,通常建立结构健康监测系统进行实时监测^[3]。

结构健康监测系统通过采集和分析环境激励下的振动信号对桥梁结构进行损伤诊断和安全评估^[4-6]。传统的振动信号采集方法需要遵循Nyquist采样定理,即将采样频率设置为原始信号最大频率的2倍以上,以有效避免采样过程中可能出现的混叠效应。由于监测系统需要长时间运行,按照Nyquist采样定理采集数据时通常会产生大量数据,从而增加数据传输和存储的成本。

近年来,DONOHO等^[7-8]提出压缩感知理论。压缩感知理论利用信号的稀疏性,利用少量的非均匀采样数据来重构信号。如果信号在某个合适的变换域下是稀疏的,则可以使用远低于Nyquist率的压缩采样

率(简称压采率)来获取信号的重要信息。换言之,可以使用非均匀采样方法获取信号的部分数据,并通过数学方法对这些数据进行处理和重构,从而还原出原始信号的大部分信息。压缩感知极大地降低了数据传输和存储的成本,是结构健康监测系统数据采集和分析的一个全新思路。

经典的压缩感知重构算法主要分为贪婪类算法和凸优化算法两类^[9]。贪婪类算法,例如匹配追踪(Matching Pursuit, MP)算法^[10]和正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法^[11],具有较低的计算复杂度,但重构误差相对较大。凸优化算法,例如基追踪(Basis Pursuit, BP)算法^[12]、随机梯度下降(Stochastic Gradient Descent, SGD)算法^[13]和增广拉格朗日法^[14],具有较高的重构精度,但计算效率较低。由于环境激励下桥梁结构的振动信号往往具有信噪比低、稀疏性差的特点,这些经典方法常面临重构误差较大的问题。近年来,出现了一些新颖的压缩感知重构算法,例如多任务贝叶斯法^[15]、深度学习法^[16]。这些新方法的表现更好,但同样遇到了一些难题。例

收稿日期: 2024-10-09

基金项目: 江西省交通运输厅科技项目(2023H0039); 江西省自然科学基金项目(20232BAB214074)

作者简介: 李翠,女,1981年生,山西壶关人,博士,高级工程师; 主要研究方向为结构健康监测; E-mail: jxjtxylc@163.com。

引用格式: 李翠,黄侃,廖彦富,等. 基于自回归迭代的桥梁结构压缩信号重构[J]. 机械强度, 2026, 48(5): 150-158.

LI Cui, HUANG Kan, LIAO Yanfu, et al. Reconstruction of compressed signals for bridge structures based on autoregressive iterations [J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(5): 150-158.



免费获取

如,多任务贝叶斯法计算复杂度高,需要稀疏率等先验信息;深度学习法则较为依赖超参数设置和训练数据集。KANG等^{[17]109585}通过构建自回归模型,研发一种压缩感知信号重构的增强方法,对稀疏度差的振动信号具有不错的重构效果,但对其适应条件还缺乏深入研究。

本文在文献^{[17]109585}的基础上,提出一种基于自回归迭代的桥梁结构压缩信号重构方法。该方法用自回归误差描述未知的重构误差,将自回归系数作为优化变量,将最小化自回归误差作为优化目标,来构建信号重构的自回归迭代模型。本文将介绍压缩感知基本原理和基于自回归迭代的压缩信号重构流程,并以实际采集的桥梁结构振动信号为例,深入探讨所提方法的适用条件。

1 压缩感知基本理论

设原始信号 $\mathbf{x}$ 、压缩信号 $\mathbf{y}$ 分别为维度为 $N \times 1$ 、 $M \times 1$ 的信号,其中, $M \ll N$ 。它们之间通过观测矩阵 Φ 建立联系,即

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

由于观测矩阵 Φ 的维度为 $M \times N$ ($M \ll N$),式(1)为一个欠定方程,方程的解不唯一。

假设信号 $\mathbf{x}$ 在维度为 $N \times N$ 的稀疏基矩阵 Ψ 上具有稀疏特征,且稀疏度为 k ,则式(1)可以重新表达为

$$\mathbf{y} = \Phi \Psi \mathbf{s} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{s}$ 为包含 k 个非零元素的稀疏系数向量,维度为 $N \times 1$ 。求解式(2)的 $\mathbf{s}$ 等同于求解式(1)的 $\mathbf{x}$ 。若观测矩阵 Φ 满足限制等距性质(Restricted Isometry Property, RIP)^[18],则可以通过求解 L_0 范数优化问题来找到式(1)、式(2)的唯一解 $\hat{\mathbf{s}}$,即

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_0 \\ \text{s.t. } \mathbf{y} = \Phi \Psi \mathbf{s} \end{cases} \quad (3)$$

只要求得 $\hat{\mathbf{s}}$,则可以得到压缩感知重构信号 $\hat{\mathbf{x}} = \Psi \hat{\mathbf{s}}$ 。由于 L_0 范数优化问题为NP-hard问题,求解式(3)非常耗时,且数值计算不够稳定。因此,可以将 L_0 范数优化问题转化为 L_1 范数优化问题,即

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_1 \\ \text{s.t. } \mathbf{y} = \Phi \Psi \mathbf{s} \end{cases} \quad (4)$$

求解式(4),常用的贪婪类算法和凸优化算法对稀疏度好的信号具有很好的重构效果,但对信噪比低、稀疏度差的桥梁结构振动信号的重构效果较差。

2 自回归迭代信号重构

可以将重构误差 $\mathbf{w}$ 视作混入重构信号 $\hat{\mathbf{x}}$ 的一种特

殊误差,并对 $\hat{\mathbf{x}}$ 进行降噪处理(如采用自回归模型),来提高信号的重构精度。

原始信号 $\mathbf{x}$ 的 p 阶自回归模型可以表示为

$$\mathbf{x}_{\text{out}} = \mathbf{x}_{\text{reg}} \mathbf{a} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{x}_{\text{out}}$ 为 $(N-p) \times 1$ 维输出信号, $\mathbf{x}_{\text{out}} = [x_{p+1} \ x_{p+2} \ \cdots \ x_N]^T$; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为自回归误差向量, $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \cdots \ \varepsilon_{N-p}]^T$; $\mathbf{a}$ 为自回归系数向量, $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_{N-p}]^T$; $\mathbf{x}_{\text{reg}}$ 为回归元矩阵,表达式为

$$\mathbf{x}_{\text{reg}} = \begin{bmatrix} x_p & x_{p-1} & \cdots & x_1 \\ x_{p+1} & x_p & \cdots & x_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N-1} & x_{N-2} & \cdots & x_{N-p} \end{bmatrix} \quad (6)$$

类似的,重构信号 $\hat{\mathbf{x}}$ 的 p 阶自回归模型可以表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{out}} = \hat{\mathbf{x}}_{\text{reg}} \hat{\mathbf{a}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (7)$$

式中, $\hat{\mathbf{x}}_{\text{out}}$ 为 $(N-p) \times 1$ 维输出信号, $\hat{\mathbf{x}}_{\text{out}} = [\hat{x}_{p+1} \ \hat{x}_{p+2} \ \cdots \ \hat{x}_N]^T$; $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 为相应的自回归误差向量, $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\hat{\varepsilon}_1 \ \hat{\varepsilon}_2 \ \cdots \ \hat{\varepsilon}_{N-p}]^T$; $\hat{\mathbf{a}}$ 为相应的自回归系数向量, $\hat{\mathbf{a}} = [\hat{a}_1 \ \hat{a}_2 \ \cdots \ \hat{a}_{N-p}]^T$; $\hat{\mathbf{x}}_{\text{reg}}$ 为相应的回归元矩阵,表达式为

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{reg}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_p & \hat{x}_{p-1} & \cdots & \hat{x}_1 \\ \hat{x}_{p+1} & \hat{x}_p & \cdots & \hat{x}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{x}_{N-1} & \hat{x}_{N-2} & \cdots & \hat{x}_{N-p} \end{bmatrix} \quad (8)$$

若以 $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 来衡量 $\mathbf{w}$,则为了提高 $\hat{\mathbf{x}}$ 的重构精度,应当使 $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 最小。相应的数学优化问题的表达式为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}_{\text{out}} - \mathbf{x}_{\text{reg}} \hat{\mathbf{a}}\|_2^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \end{cases} \quad (9)$$

不难发现,约束条件 $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}$ 为非齐次线性方程组,即 $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}$ 的通解为

$$\tilde{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \mathbf{h} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{B}$ 为观测矩阵 Φ 的零空间基矩阵,维度为 $N \times (N-r)$,其中, r 为观测矩阵 Φ 的秩; $\mathbf{h}$ 为 $(N-r) \times 1$ 维系数向量, $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_{N-r}]^T$ 。利用式(10),将式(9)由约束优化问题转化为无约束优化问题,即

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\| \hat{\mathbf{x}}_{\text{out}} + \mathbf{B}_{\text{out}} \mathbf{h} - (\hat{\mathbf{x}}_{\text{reg}} + \sum_{i=1}^{N-r} \mathbf{B}_{\text{reg}}^i h_i) \hat{\mathbf{a}} \right\|_2^2 \quad (11)$$

式中, $\mathbf{B}_{\text{out}}$ 为 $\mathbf{B}$ 的输出矩阵; $\mathbf{B}_{\text{reg}}$ 为 $\mathbf{B}$ 的回归矩阵。

整理式(11),得到

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\| (\hat{\mathbf{x}}_{\text{out}} - \hat{\mathbf{x}}_{\text{reg}} \hat{\mathbf{a}}) - (\mathbf{Z}_{\text{reg}} - \mathbf{B}_{\text{out}}) \mathbf{h} \right\|_2^2 \quad (12)$$

式中, $\mathbf{Z}_{\text{reg}} = [\mathbf{B}_{\text{reg}}^1 \hat{\mathbf{a}} \ \mathbf{B}_{\text{reg}}^2 \hat{\mathbf{a}} \ \cdots \ \mathbf{B}_{\text{reg}}^{N-r} \hat{\mathbf{a}}]^T$ 。

式(11)、式(12)中, $\hat{\mathbf{a}}$ 实际上是 $\mathbf{h}$ 的隐函数,且 $\mathbf{h}$ 包含的元素非常多,这不利于优化问题的求解。因此,采用如下迭代步骤解决上述优化问题。

第1步:给定 p 、 M 、 N 、 $\mathbf{y}$ 和 Φ ,求出 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{B}_{\text{out}}$ 和 $\mathbf{B}_{\text{reg}}^i$,利用OMP法获得重构信号 $\hat{\mathbf{x}}$ 。

第2步:将 $\hat{\mathbf{x}}$ 代入式(7)进行 p 阶自回归计算,得到 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{out}}$ 、 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{reg}}$ 、 $\hat{\mathbf{e}}$ 、 $\hat{\mathbf{a}}$ 和 $\mathbf{Z}_{\text{reg}}$ 。

第3步:利用最小二乘法求解式(12),得到重构系数向量 $\hat{\mathbf{h}} = \text{pinv}(\mathbf{Z}_{\text{reg}} - \mathbf{B}_{\text{out}}) \cdot (\hat{\mathbf{x}}_{\text{out}} - \hat{\mathbf{x}}_{\text{reg}} \hat{\mathbf{a}})$ 。其中, $\text{pinv}(\cdot)$ 表示伪逆。

第4步:得到新的重构信号 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{new}} = \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{h}}$ 。若未达到收敛条件,则将 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{new}}$ 赋给 $\hat{\mathbf{x}}$,回到第2步继续迭代;否则,退出迭代, $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}_{\text{new}}$ 即为最终的重构信号。收敛条件为 $\|\hat{\mathbf{e}}\|_2 / \|\hat{\mathbf{x}}_{\text{out}}\|_2 < 0.02$ 或迭代次数 L 达到最大值20。

为便于描述,以相对误差形式重新定义自回归误差 $\chi = \|\hat{\mathbf{e}}\|_2 / \|\hat{\mathbf{x}}_{\text{out}}\|_2$ 、重构误差 $\zeta = \|\mathbf{w}\|_2 / \|\mathbf{x}\|_2$ 。应当指

出,压缩信号的重构误差实际上是未知的,而重构信号的自回归误差可以通过计算得到。上述自回归迭代可能导致 χ 和 ζ 的迭代曲线发生背离,因此需要深入考查本文方法的适用条件。

3 信号重构分析

3.1 振动信号采集

江西省抚州市赣东大桥(图1)全长560 m,跨径组成为4×35 m+264 m+4×35 m,桥面宽度为26.5 m。主桥为264 m的独塔双索面预应力混凝土斜拉桥。分别在2段主梁的1/2跨、1/4跨和3/4跨处各布设1个加速度传感器(共6个),以采集竖向振动信号;分别在塔下部的上游和下游、塔中部、塔顶部各布设1个加速度传感器(共4个),以采集双向水平振动信号。采样频率均为200 Hz。

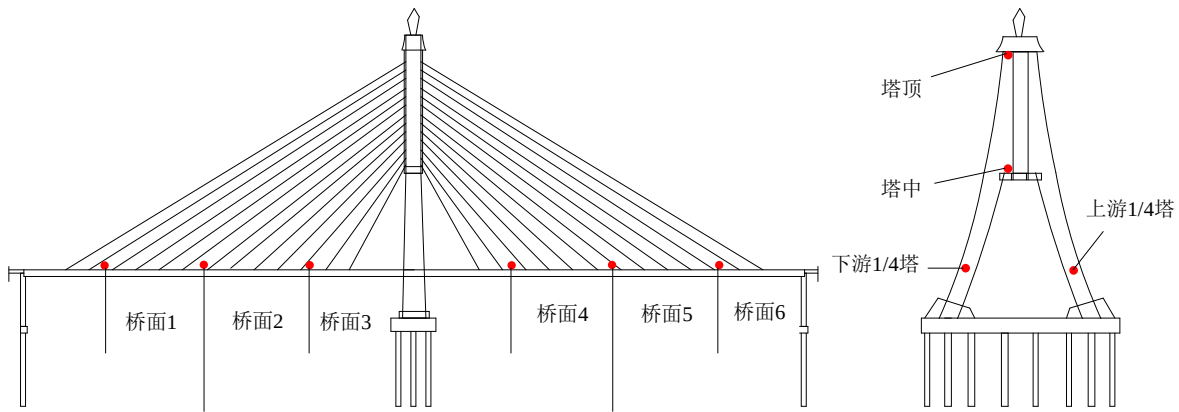


图1 赣东大桥加速度传感器位置示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the acceleration sensor layout for Gandong Bridge

3.2 原始信号重构结果

以塔顶采集的纵向加速度信号(下文称原始信号)为例展开分析。截取的信号时长为15 s,共3 000个采样点。该原始信号的时域曲线和频域曲线如图2所示,将它们的幅值分别用 A_1 和 A_2 表示。由图2(b)可知,50 Hz处出现工频信号,频谱能量主要集中在小于

35 Hz的低频段。不难发现,原始信号的稀疏度较差。将观测矩阵 Φ 取高斯随机矩阵,将稀疏基矩阵 Ψ 取离散傅里叶变换矩阵,并定义压采率 $r_t = M/N$ 。取压采率 $r_t = 0.25$,对截取的原始信号进行压缩感知重构。OMP法的结果如图3所示。由图3可知,OMP法的结果较差,重构误差高达1.106 4。

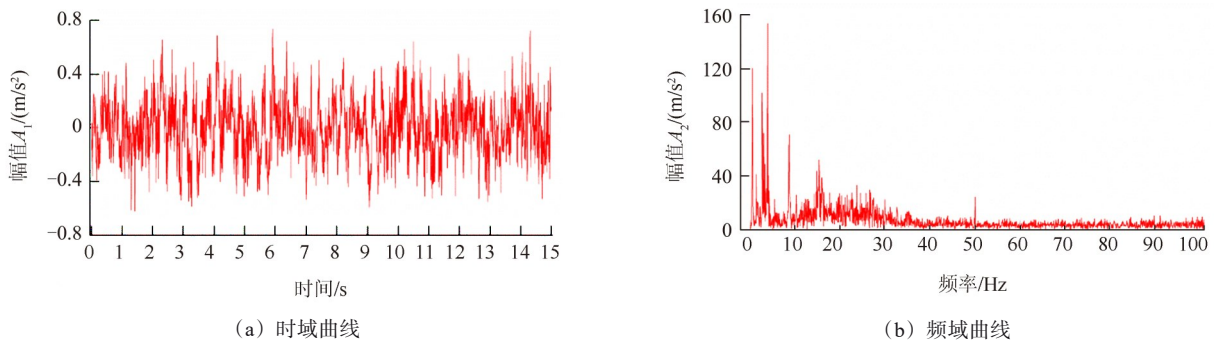


图2 塔顶纵向加速度信号时域和频域曲线

Fig. 2 Time-domain and frequency-domain curves of longitudinal acceleration signals at tower top

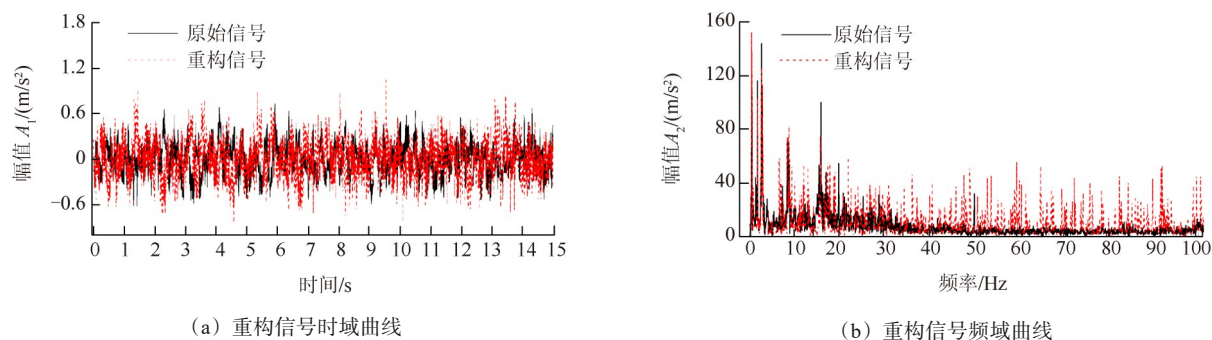


图3 OMP法重构结果

Fig. 3 Reconstruction results by the OMP method

利用所提方法得到的重构信号的自回归误差和重构误差随模型阶次 p 和迭代次数 L 的变化曲线如图4所示。由图4(a)可知,所提方法的自回归迭代过程会使重构信号的自回归误差呈现收敛趋势。 p 越大,收敛后的自回归误差越小。当 $p \geq 7$ 时,收敛后的自回归误差均小于0.01。由图4(b)可知,随着迭代次数的增加,重构误差先减小后增大。 p 越大,增大幅度越大。当 $p \geq 7$ 时,重构误差的变化曲线甚至呈现发散趋势。对于所有 p 的取值,前3个迭代步的重构误差均较小,

且较为接近,并均在第2个迭代步处达到最小值。可见,这2类误差的变化曲线出现了背离,较小的自回归误差并不一定对应较小的重构误差。实际上,所提方法在第2个迭代步的重构误差约为0.6,虽然远小于OMP法的重构误差,但依然较大。注意到第2个迭代步的自回归误差在0.531 4~0.584 1,而对于不同取值的 p ,原始信号的自回归误差均在0.555 7~0.580 7,两者较为接近。这说明,要使所提方法的重构误差最小,应当使重构信号和原始信号的自回归误差尽量接近。

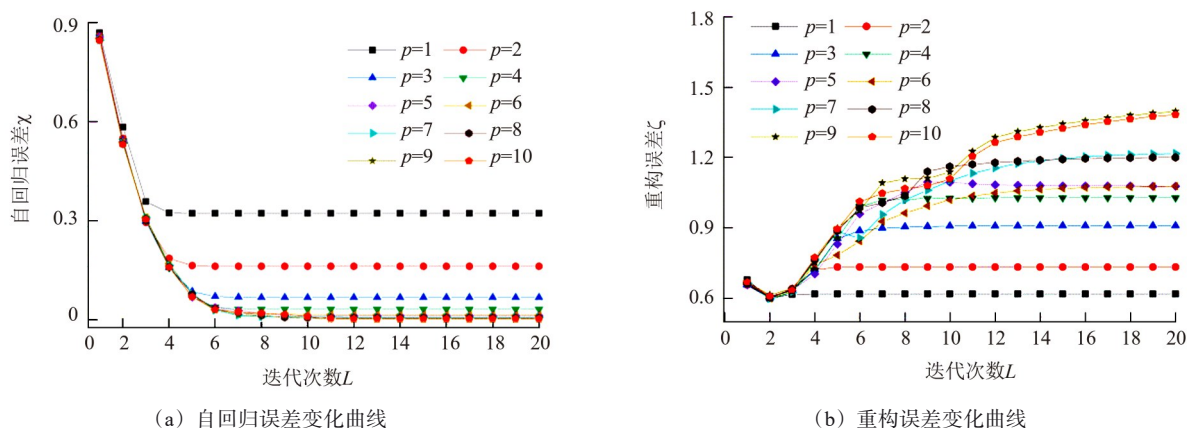


图4 所提方法重构原始信号时自回归误差和重构误差的迭代曲线

Fig. 4 Iteration curves of autoregressive error and reconstruction error when reconstructing original signals by the proposed method

3.3 信号重构的频域能量转移规律

取 $p = 10$,第2个迭代步和第20个迭代步重构信号的频谱,如图5所示。由图5(a)可知,在第2个迭代步,超过30 Hz的频率成分谱线的高度降低较多,低于30 Hz的频率成分谱线的高度则降低较少。由图5(b)可知,在第20个迭代步,超过30 Hz的频率成分基本被删除,低于30 Hz的频率成分谱线的高度则远高于原始信号的谱线的高度。可见,自回归迭代具有将高频成分剔除,并将振动能量转移至低频段的特点。由此,可以定性地判断,这种频域之间的能量转移是渐进的。这使第2个迭代步的重构信号的频谱更接近

原始信号的频谱,而第20个迭代步的重构信号的频谱则与原始信号的频谱相差较大。由图4可知,所提方法在第20个迭代步的自回归误差收敛至一个很小的值,为0.002 [图4(a)];但其重构误差却高达1.383 2 [图4(b)],甚至比OMP法的重构误差(1.106 4)还大。这种高、低频段之间的能量转移规律说明了,多次迭代并不利于提高所提方法对原始信号的压缩感知重构精度。

3.4 滤波信号重构结果

根据图2(b),将20 Hz以下的频段作为感兴趣的频段。对经有限长单位冲激响应(Finite Impulse

Response, FIR)滤波器低通滤波后的振动信号(简称滤波信号)进行压缩感知重构,图6所示为取不同 p 值时,采用所提方法重构滤波信号时的自回归误差和重构误差的迭代曲线。与图4中的2种迭代曲线表现出明显的背离不同,图6中的2种迭代曲线的变化趋势保持一致。当 $p \geq 5$ 时,自回归误差均能在第5个迭代步收敛至0.01以内,而重构误差则均能在第6个迭代步达到0.02的精度。实际上,对于任何 p 值,滤波信号的自回归误差均在0.005 1~0.209 8,且该误差随 p 值的减小而增大。此外,图6(a)所示自回归迭代曲线能够收敛至接近滤波信号的自回归误差。由此

可见,当重构信号和滤波信号的自回归误差较为接近时,重构误差最小。

OMP法和所提方法($p=10, L=20$)针对滤波信号得到的重构信号频谱如图7所示。由图7(a)可知,OMP法的重构误差较大,为0.586 3,重构信号与滤波信号的频谱仅在5 Hz以下的频段较吻合;由图7(b)可知,所提方法的重构误差很小,为0.019 5,重构信号与滤波信号的频谱非常吻合。其原因为,滤波信号高频段能量为0,在自回归迭代过程中并不会出现图5(b)所示的高频能量转移带来的干扰,这使得滤波信号的压缩感知重构误差非常小。

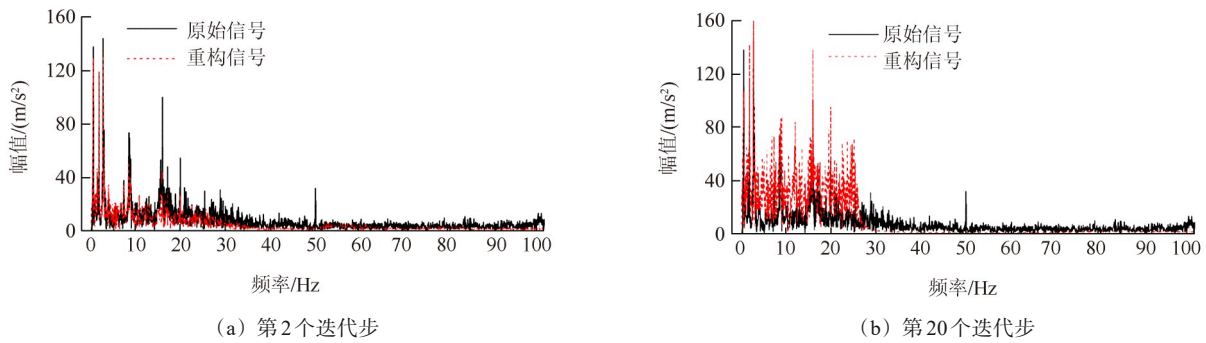


图5 所提方法部分迭代步对应的重构信号频谱图

Fig. 5 Spectrograms of reconstructed signals corresponding to partial iteration steps of the proposed method

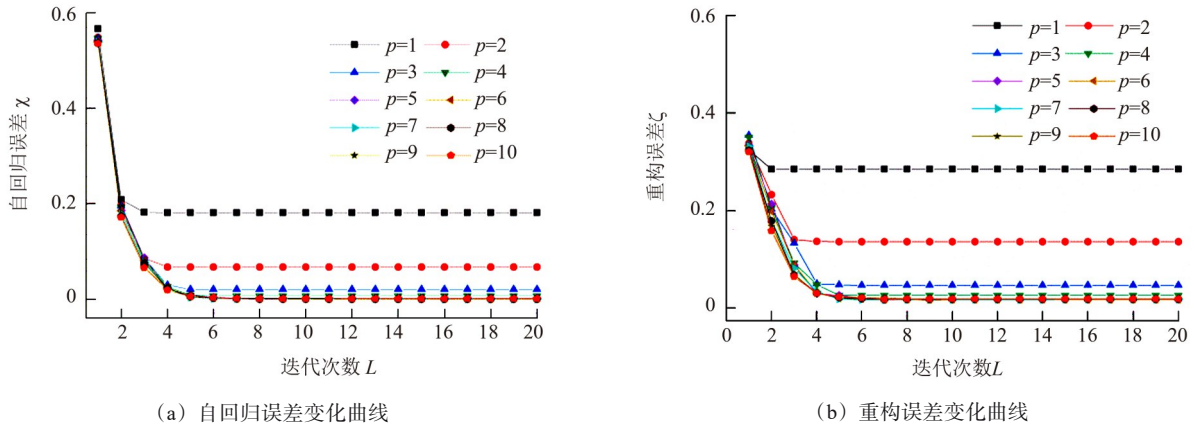


图6 所提方法重构滤波信号时自回归误差和重构误差的迭代曲线

Fig. 6 Iteration curves of autoregressive error and reconstruction error when the proposed method reconstructs filtered signals

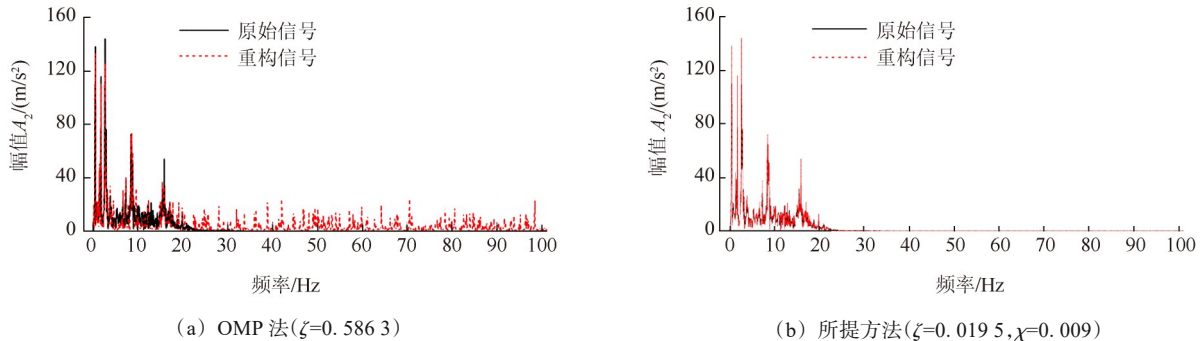


图7 OMP法和所提方法重构滤波信号的频谱图

Fig. 7 Spectra of filtered signals reconstructed by the OMP method and the proposed method

3.5 压采率对信号重构的影响

针对原始信号和滤波信号,改变压采率 r_c 和模型阶次 p ,进行相应的信号的压缩和重构。取截止频率 $f_u = 20 \text{ Hz}$,当 r_c 和 p 取不同值时,OMP法和所提方法对2种信号的重构误差分别如表1、表2所示。根据第3.2和第3.4小节分析,对原始信号取第2个迭代步对应的重构误差,对滤波信号取第20个迭代步的重构误差。由表1可知,随着压采率的增大,2种方法对原始信号的重构误差均呈减小趋势,但重构误差均较大。对于压采率相同而模型阶次不同的情况,所提方法在不同模型阶次下的重构误差相差不大,均远小于相同

压采率下OMP法的重构误差。由表2可知,当压采率小于0.40时,OMP法对滤波信号的重构误差较大,为0.211 8~1.122 6;而当压采率大于或等于0.45时,OMP法对滤波信号的重构误差很小,分别为0.027 9和0.015 3。所提方法对滤波信号的重构误差在相同模型阶次下,总体随压采率的增大而减小;在不同压采率下,重构误差随模型阶次的增大呈现非单调变化。当压采率不小于0.25时,所提方法在较高模型阶次下可将重构误差控制在0.02以内。由此可见,当压采率为0.25~0.40时,所提方法对减小滤波信号的重构误差具有明显优越性。

表1 不同压采率下2种方法对原始信号的重构误差($f_u=20 \text{ Hz}$, $L=2$)

Tab. 1 Reconstruction errors of original signals by two methods under different compression-sampling ratios ($f_u=20 \text{ Hz}$, $L=2$)

重构方法	模型阶次 p	重构误差									
		$r_c=0.05$	$r_c=0.10$	$r_c=0.15$	$r_c=0.20$	$r_c=0.25$	$r_c=0.30$	$r_c=0.35$	$r_c=0.40$	$r_c=0.45$	$r_c=0.50$
OMP 法	—	1.515 3	1.252 2	1.190 0	1.146 0	1.054 0	0.930 7	0.892 2	0.880 3	0.824 5	0.795 3
	1	0.951 1	0.837 1	0.731 6	0.675 5	0.609 9	0.558 7	0.513 8	0.438 8	0.426 3	0.373 3
	2	0.974 6	0.832 4	0.743 6	0.691 7	0.626 6	0.560 3	0.510 7	0.434 3	0.420 9	0.374 8
	3	0.971 8	0.826 5	0.753 6	0.681 9	0.625 1	0.558 5	0.509 0	0.434 7	0.416 5	0.363 2
	4	0.991 9	0.826 9	0.769 0	0.677 8	0.627 6	0.559 1	0.514 2	0.439 0	0.416 9	0.364 2
	5	0.994 2	0.893 6	0.774 3	0.678 0	0.631 0	0.554 3	0.508 1	0.433 7	0.413 6	0.363 7
	6	0.999 2	0.832 8	0.784 1	0.670 6	0.636 8	0.550 3	0.506 9	0.435 0	0.410 7	0.362 4
	7	1.026 7	0.824 4	0.788 2	0.679 0	0.637 8	0.544 4	0.509 4	0.442 0	0.412 4	0.363 0
	8	1.032 1	0.830 2	0.782 8	0.674 6	0.617 1	0.553 5	0.512 2	0.446 5	0.414 2	0.365 9
	9	1.045 8	0.821 2	0.800 0	0.682 0	0.608 7	0.540 6	0.514 5	0.452 7	0.415 7	0.366 3
所提方法	10	1.060 2	0.823 6	0.826 5	0.666 0	0.608 3	0.539 2	0.507 0	0.452 7	0.413 2	0.363 5

表2 不同压采率下2种方法对滤波信号的重构误差($f_u=20 \text{ Hz}$, $L=20$)

Tab. 2 Reconstruction errors of filtered signals by two methods under different compression-sampling ratios ($f_u=20 \text{ Hz}$, $L=20$)

重构方法	模型阶次 p	重构误差									
		$r_c=0.05$	$r_c=0.10$	$r_c=0.15$	$r_c=0.20$	$r_c=0.25$	$r_c=0.30$	$r_c=0.35$	$r_c=0.40$	$r_c=0.45$	$r_c=0.50$
OMP 法	—	1.122 6	1.033 8	0.834 4	0.704 1	0.634 4	0.524 5	0.414 3	0.211 8	0.027 9	0.015 3
	1	0.818 0	0.581 9	0.442 6	0.354 6	0.279 1	0.206 3	0.178 6	0.131 7	0.111 6	0.095 9
	2	1.150 7	0.786 1	0.428 2	0.262 2	0.147 6	0.069 4	0.044 9	0.027 6	0.018 3	0.013 7
	3	1.148 3	0.841 0	0.538 5	0.198 0	0.050 0	0.015 8	0.006 8	0.003 4	0.001 8	0.001 3
	4	1.201 9	0.874 6	0.542 8	0.163 8	0.030 2	0.005 7	0.002 2	0.001 4	0.001 1	0.000 9
	5	1.598 9	0.845 5	0.585 6	0.172 2	0.023 7	0.003 4	0.001 8	0.001 3	0.001 2	0.001 0
	6	1.052 2	1.079 9	0.398 7	0.171 6	0.019 7	0.003 0	0.001 9	0.001 5	0.001 4	0.001 1
	7	1.484 8	1.353 8	0.603 0	0.181 9	0.017 9	0.003 0	0.002 1	0.001 7	0.001 6	0.001 2
	8	1.611 3	1.075 6	0.411 9	0.226 9	0.018 0	0.003 2	0.002 4	0.002 0	0.002 0	0.001 5
	9	1.564 3	1.339 9	0.417 5	0.226 2	0.018 5	0.003 2	0.002 9	0.002 5	0.002 1	0.001 0
所提方法	10	2.376 9	0.980 4	0.466 6	0.218 9	0.018 9	0.003 3	0.003 8	0.002 6	0.002 0	0.001 1

由上述分析可知,对于原始信号,所提方法比OMP法的重构精度有明显提升,但重构误差依然较大;对于

滤波信号,当压采率为0.25~0.40时,所提方法不但比OMP法的重构精度有明显提升,而且重构误差非常小。

3.6 截止频率对信号重构的影响

针对滤波信号,改变压采率 r_t 和截止频率 f_u ,对相应的信号进行压缩和重构。当 r_t 和 f_u 取不同值时,

OMP法和所提方法对滤波信号的重构误差分别如表3、表4所示。根据第3.4节的分析,所提方法取 $p=10$ 、 $L=20$ 。

表3 不同压采率和截止频率下,OMP法对滤波信号的重构误差($p=10$, $L=20$)

Tab. 3 Reconstruction errors of filtered signals by the OMP method under different compression-sampling ratios and cutoff frequencies ($p=10$, $L=20$)

截止频率 f_u/Hz	重构误差									
	$r_t=0.05$	$r_t=0.10$	$r_t=0.15$	$r_t=0.20$	$r_t=0.25$	$r_t=0.30$	$r_t=0.35$	$r_t=0.40$	$r_t=0.45$	$r_t=0.50$
5	0.958 3	0.601 6	0.375 0	0.216 7	0.139 2	0.012 0	0.008 3	0.006 8	0.005 9	0.004 8
10	1.059 4	0.760 7	0.545 3	0.410 2	0.364 6	0.255 9	0.145 9	0.019 0	0.013 9	0.012 3
15	1.234 5	0.994 3	0.751 9	0.645 0	0.589 1	0.508 1	0.397 0	0.291 9	0.019 9	0.017 8
20	1.125 4	1.194 0	0.927 4	0.824 2	0.750 3	0.624 3	0.533 1	0.456 4	0.301 8	0.017 0
25	1.264 2	1.049 5	1.060 2	0.877 5	0.852 5	0.699 4	0.584 7	0.547 9	0.424 2	0.362 2
30	1.213 9	1.213 4	1.094 4	1.000 6	0.906 6	0.859 0	0.684 1	0.629 8	0.584 3	0.467 3
35	1.237 7	1.227 3	1.086 0	1.036 2	0.921 2	0.883 3	0.778 3	0.668 9	0.627 7	0.587 6
40	1.213 4	1.181 4	1.157 7	1.036 4	0.969 2	0.875 7	0.864 1	0.725 4	0.698 5	0.579 8
45	1.272 6	1.253 8	1.240 6	1.036 6	0.966 9	0.914 4	0.824 0	0.751 5	0.681 1	0.623 2
50	1.236 7	1.291 9	1.246 2	1.089 1	1.025 3	0.901 9	0.884 0	0.772 8	0.739 2	0.631 6

表4 不同压采率和截止频率下,所提方法对滤波信号的重构误差($p=10$, $L=20$)

Tab. 4 Reconstruction errors of filtered signals by the proposed method under different compression-sampling ratios and cutoff frequencies ($p=10$, $L=20$)

截止频率 f_u/Hz	重构误差									
	$r_t=0.05$	$r_t=0.10$	$r_t=0.15$	$r_t=0.20$	$r_t=0.25$	$r_t=0.30$	$r_t=0.35$	$r_t=0.40$	$r_t=0.45$	$r_t=0.50$
5	0.614 1	0.143 1	0.014 9	0.006 8	0.005 1	0.003 4	0.002 6	0.002 5	0.002 1	0.001 5
10	0.841 9	0.355 1	0.208 0	0.015 1	0.003 8	0.003 5	0.002 7	0.002 3	0.002 2	0.001 9
15	1.221 0	1.017 3	0.690 8	0.144 7	0.008 2	0.002 1	0.002 2	0.001 8	0.001 5	0.001 3
20	1.664 8	1.600 5	0.654 9	0.459 0	0.080 4	0.006 9	0.000 9	0.000 6	0.000 7	0.000 6
25	1.383 1	1.785 7	0.987 0	0.754 4	0.303 9	0.086 5	0.005 6	0.001 2	0.001 0	0.000 7
30	1.552 7	1.366 1	1.359 6	0.968 5	0.556 3	0.310 1	0.055 3	0.004 3	0.002 1	0.001 4
35	1.282 5	1.246 5	1.287 6	1.074 2	0.765 7	0.552 1	0.209 2	0.042 3	0.004 3	0.001 6
40	1.381 5	1.268 9	1.344 2	1.195 9	0.919 5	0.657 6	0.382 8	0.162 9	0.032 5	0.004 7
45	1.378 5	1.672 0	1.386 4	1.290 6	0.968 0	0.797 5	0.494 9	0.333 6	0.157 5	0.061 4
50	1.458 6	1.469 8	1.264 6	1.221 9	1.019 1	0.915 7	0.639 3	0.456 1	0.354 7	0.203 0

由表3可知,在相同截止频率下,OMP法对滤波信号的重构误差总体随压采率的增大而减小;在相同压采率下,重构误差随截止频率的增大总体呈上升趋势。表3中,出现一个 r_t 在0.35~0.50、 f_u 在5~20 Hz的上三角区域,在该区域内进行参数搭配可以得到很小的重构误差。由表4可知,所提方法对滤波信号的重构误差变化规律与OMP法基本相同。表4中,存在一个 r_t 在0.15~0.50、 f_u 在5~40 Hz的上三角区域,在该区域内进行参数搭配也可以得到很小的重构误差。具体而言,对于相同的截止频率,所提方法得到高精度重构结果所需的压采率下限比OMP法更低。比如,取 $f_u=20$ Hz,所提方法所需的压采率下限为0.30,而OMP法所需的压采率下限为0.50。压采率下限的降低有利于减少实采数据量。对于相同的压采率,所

提方法得到高精度重构结果的截止频率的下限比OMP法的截止频率的下限更高。例如,取 $r_t=0.50$,所提方法的截止频率下限为40 Hz,而OMP法的截止频率下限为20 Hz。截止频率下限的提高有利于压缩感知涵盖更多的感兴趣频率。应指出的是,在工程实践中,通常需要保证采样频率不小于信号最高频率的2.56~4倍^[19],甚至采样频率应取最高频率的10倍以上,以防止信号幅值失真。对于该算例,当取 $f_u=40$ Hz时,200 Hz这一采样频率为截止频率的5倍,采样频率和截止频率的组合在合理范围内。所提方法可以在实采数据量被压缩一半($r_t=0.50$)的情况下,实现极高精度的信号重构。

由以上分析可知,所提方法可以在更大范围内合理搭配压采率和截止频率这2个参数,以获得高精度

的滤波信号重构结果。

4 结论

提出一种基于自回归迭代的振动信号压缩感知重构方法,并以实际采集的桥梁振动信号为例,深入考查了其适用条件。得到的主要结论如下:

1)所提方法将自回归系数作为优化变量、将最小化自回归误差作为优化目标,建立了信号重构的自回归迭代模型,本质上是利用可计算的自回归误差来判断未知重构误差的大小。

2)对于原始信号,所提方法的自回归误差和重构误差的变化趋势出现背离。但对于不同的模型阶次,均在第2个迭代步得到最小的重构误差,此时重构信号和原始信号的自回归误差均较大,且两者较为接近。

3)自回归迭代具有将高频段能量转移至低频段的特性,因此对原始信号可以先进行低通滤波,再进行压缩重构。在合理搭配压采率和截止频率的条件下,所提方法的自回归误差和重构误差的变化趋势保持一致,且收敛后的重构误差很小。

4)相比OMP法,所提方法对原始信号和滤波信号的压缩感知重构精度均有明显提高。但对原始信号,需要取第2个迭代步的计算结果;对滤波信号,则需要合理搭配压采率和截止频率,并取收敛后的计算结果。所提方法能更好地用于稀疏度较差的振动信号的压缩感知重构。

参考文献(References)

- [1] 王宪玉,李文奇,朱前坤,等. 基于灰度分析的桥梁健康监测传感器异常检测[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2024,51(7):111-118.
WANG Xianyu, LI Wenqi, ZHU Qiankun, et al. Sensor anomaly detection in bridge health monitoring system based on gray correlation analysis[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2024, 51(7): 111-118. (In Chinese)
- [2] 张菊辉,陈杨,姚兆玮. 高阻尼橡胶支座隔震桥梁简化力学模型动力分析[J]. 机械强度,2019,41(1):7-12.
ZHANG Juhui, CHEN Yang, YAO Zhaowei. Dynamic analysis of HDRB isolated bridges based on simplified mechanical model[J]. Journal of Mechanical Strength, 2019, 41(1): 7-12. (In Chinese)
- [3] 王腾义,李丹,张建. 桥梁结构轻量化健康监测思路与技术研发[J]. 土木工程学报,2025,58(6):51-68.
WANG Tengyi, LI Dan, ZHANG Jian. Research of lightweight structural health monitoring strategies and technologies for bridges[J]. China Civil Engineering Journal, 2025, 58(6): 51-68. (In Chinese)
- [4] 张雅儒,马俊,伍晓顺. 定位结构损伤的改进跨模型模态应变能法[J]. 机械强度,2024,46(2):503-508.
ZHANG Yaru, MA Jun, WU Xiaoshun. Improved cross-modal strain energy method for structural damage localization[J]. Journal of Mechanical Strength, 2024, 46(2): 503-508. (In Chinese)
- [5] 袁阳光,伊廷华,辛公锋,等. 基于挠度监测的混凝土桥梁实时安全评估方法研究[J]. 土木工程学报,2025,58(3):68-82.
YUAN Yangguang, YI Tinghua, XIN Gongfeng, et al. Study on real-time safety assessment methods of concrete bridges by deflection monitoring[J]. China Civil Engineering Journal, 2025, 58(3): 68-82. (In Chinese)
- [6] 李翠,朱学坤,俞记生,等. 结构损伤识别的二次反馈岭估计法[J]. 机械强度,2024,46(4):932-938.
LI Cui, ZHU Xuekun, YU Jisheng, et al. Secondary feedback ridge estimation method for structural damage detection[J]. Journal of Mechanical Strength, 2024, 46(4): 932-938. (In Chinese)
- [7] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [8] CANDÈS E J. Compressive sampling[J]. Marta Sanz Solé, 2006, 17(2): 1433-1452.
- [9] 刘素娟,崔程凯,郑丽丽,等. 基于压缩感知的贪婪类重构算法原子识别策略综述[J]. 电子与信息学报,2023,45(1):361-370.
LIU Sujuan, CUI Chengkai, ZHENG Lili, et al. A review of atom recognition strategies for greedy class reconstruction algorithms based on compressed sensing[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2023, 45(1): 361-370. (In Chinese)
- [10] MALLAT S G, ZHANG Z F. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [11] TROPP J A, GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [12] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Review, 2001, 43(1): 129-159.
- [13] 史加荣,王丹,尚凡华,等. 随机梯度下降算法研究进展[J]. 自动化学报,2021,47(9):2103-2119.
SHI Jiarong, WANG Dan, SHANG Fanhua, et al. Research advances on stochastic gradient descent algorithms[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(9): 2103-2119. (In Chinese)
- [14] JIA X X, KANZOW C, MEHLITZ P, et al. An augmented Lagrangian method for optimization problems with structured geometric constraints[J]. Mathematical Programming, 2023, 199(1): 1365-1415.
- [15] WANG Q, ZHANG P L, MENG C, et al. Multi-task Bayesian compressive sensing for vibration signals in diesel engine health monitoring[J]. Measurement, 2019, 136: 625-635.
- [16] AN Y H, XUE Z L, OU J P. Deep learning-based sparsity-free compressive sensing method for high accuracy structural vibration response reconstruction[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2024, 211: 111168.
- [17] KANG J, REN W X, XIE Y L, et al. An enhanced method to

- reduce reconstruction error of compressed sensing for structure vibration signals[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 183:109585.
- [18] DONG G S, WAN H P, LUO Y Z, et al. A fast sparsity-free compressive sensing approach for vibration data reconstruction using deep convolutional GAN[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 188:109937.
- [19] 董冠森. 结构动力监测数据的压缩感知方法研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2023: 17.
- DONG Guansen. Research on compressive sensing method for dynamic structural monitoring data [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2023: 17. (In Chinese)

Reconstruction of compressed signals for bridge structures based on autoregressive iterations

LI Cui^{1,2} HUANG Kan^{1,2} LIAO Yanfu³ ZHU Daopei⁴

(1. School of Information Engineering, Jiangxi V&T College of Communications, Nanchang 330013, China)

(2. Key Laboratory of Traffic Incident Intelligent Monitoring of Jiangxi Provincial Department of Education, Nanchang 330013, China)

(3. Jiangxi Tohui Science and Technology Group Co., Ltd., Nanchang 330032, China)

(4. School of Software Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Nanchang 330013, China)

Abstract: [Objective] The vibration signals of bridge structures under ambient excitation usually present low signal-to-noise ratio and poor sparsity, which makes it difficult to realize high-precision compressed sensing. To solve this problem, a compressed signal reconstruction method based on autoregressive iteration was proposed. [Methods] The unknown reconstruction error was characterized by the autoregressive error, the autoregressive coefficients were taken as the optimization variables, and the minimization of autoregressive error was set as the optimization objective. An autoregressive iterative calculation model for signal reconstruction was established, and the measured signals of an actual bridge were adopted for calculation and analysis. [Results] The results show that the autoregressive iteration has the characteristic of transferring high-frequency energy to the low-frequency band. The minimum reconstruction error can be obtained only when the autoregressive errors of the reconstructed signal and the original signal are close. Compared with the orthogonal matching pursuit method, the proposed method achieves significantly higher reconstruction accuracy of compressed sensing. For the original signal, the minimum reconstruction error appears at the second iteration step under different model orders; for the filtered signal, the minimum reconstruction error can be acquired after iterative convergence with a reasonable combination of compression-sampling ratio and cutoff frequency. The proposed method can be well applied to the compressed sensing reconstruction of vibration signals with low sparsity.

Key words: Structural health monitoring; Compressive sensing; Bridge structure; Signal reconstruction; Autoregressive model

Corresponding author: LI Cui, E-mail: jxjtxylc@163.com

Fund: Science and Technology Project of Jiangxi Provincial Department of Transportation (2023H0039); Jiangxi Provincial Natural Science Foundation Project (20232BAB214074)

Received: 2024-10-09

(编辑: 刘星泽)